

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

1) Miền xác định : $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y'' = 6x + 6$$

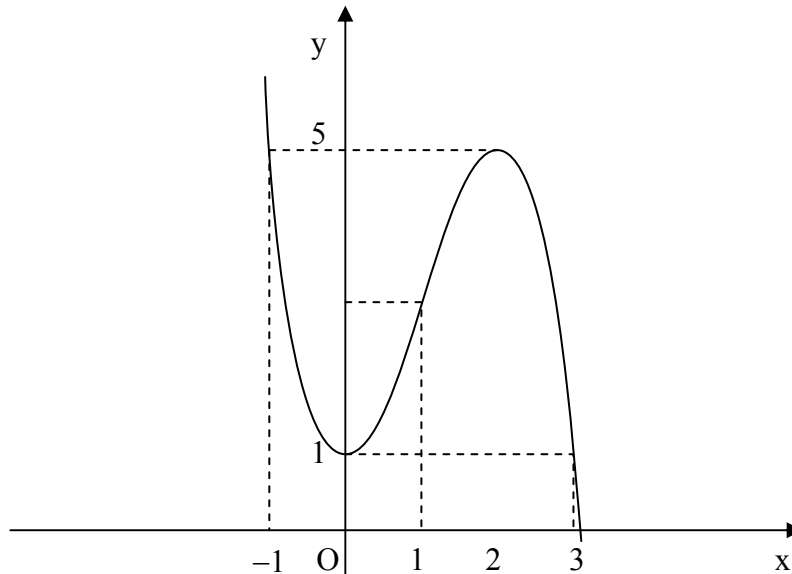
$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y''		+	0	-	
(C)		lõm	(1; 3)	lồi	

BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y''	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Đồ thị



2) Phương trình đường thẳng d :

$$y = k(x + 1) + 5$$

Tọa độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = k(x + 1) + 5 \\ y = -x^3 + 3x^2 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k(x + 1) + 5 = -x^3 + 3x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + k + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 4x + k + 4 = 0 (*) \end{cases}$$

Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 4(k + 4) > 0 \\ 1 + k \neq 0 \end{cases}$$

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k < 0 \\ k \neq -1 \end{cases}$$

0.25

Câu II

1) $1 + \sin x + \cos x + \operatorname{tg} x = 0$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin x + \cos x + \frac{\sin x}{\cos x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x) \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) = 0$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

0.25

2) $3\sqrt{x^2 - 5x + 10} = 5x - x^2 \quad (*)$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 5x + 10} \quad t \geq 0$

$$(*) \Leftrightarrow 3t = 10 - t^2$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 & (\text{loại}) \\ t = 2 \end{cases}$$

0.25

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 10 = 4$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

0.25

Câu III

1) $C(-2, 0, 0) \Rightarrow M(1, 0, \sqrt{2})$

0.25

$$\overrightarrow{SC} = (-2, 0, -2\sqrt{2}) \quad \overrightarrow{DM} = (1, 1, \sqrt{2})$$

0.25

$$d(SC, DM) = \frac{|[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{DM}] \cdot \overrightarrow{SD}|}{|[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{DM}]|}$$

0.25

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

0.25

2) $DC // AB \Rightarrow DC // (SAB)$

$$\Rightarrow (DMC) \cap (SAB) = MN // DC$$

0.25

$$\Rightarrow N \text{ là trung điểm } SB$$

$$\Rightarrow N \left(0, \frac{1}{2}, \sqrt{2}\right)$$

0.25

$$\overrightarrow{SM} = (1, 0, -\sqrt{2}) \quad \overrightarrow{SN} = \left(0, \frac{1}{2}, -\sqrt{2}\right)$$

$$V_{SCMN} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SN}|$$

0.25

$$= \frac{\sqrt{2}}{3}$$

0.25

Câu IV

1) $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$

$$= \int_0^1 \frac{1}{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} dx$$

Đặt $x + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} t$, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 t)$ đổi cận

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 t)}{\frac{3}{4} (1 + \operatorname{tg}^2 t)} dt$$

$$= \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

2) $P^2 = \frac{a^2 b^2}{c^2} + \frac{b^2 c^2}{a^2} + \frac{a^2 c^2}{b^2} + 2(a^2 + b^2 + c^2)$

Ta có : $\frac{a^2 b^2}{c^2} + \frac{b^2 c^2}{a^2} \geq 2b^2$

$$\frac{b^2 c^2}{a^2} + \frac{a^2 c^2}{b^2} \geq 2c^2$$

$$\frac{a^2 b^2}{c^2} + \frac{a^2 c^2}{b^2} \geq 2a^2$$

$$\Rightarrow P^2 \geq 3(a^2 + b^2 + c^2) \geq 3$$

$$\Rightarrow P \geq \sqrt{3} \quad (\text{vì } P > 0)$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Vậy $P_{\min} = \sqrt{3}$

Câu Va

1) Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với d_1 tại A

$$\vec{n}_{\Delta} = (1, 1)$$

$$\Delta : x + y - 3 = 0$$

Tâm của (C) là giao điểm của Δ và d_2

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(4, -1)$$

$$R = IA = 2\sqrt{2}$$

$$(C) : (x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 8$$

2) Gọi $x = abcde$ là số thỏa yêu cầu bài toán

* Gọi X là tập gồm 5 chữ số, khác 0

Số cách chọn X là C_9^5

Với mỗi tập X như trên :

\overline{c} : có 1 cách chọn

\overline{abde} : có 4! cách chọn

Do đó với mỗi tập X như trên ta được 4! số x

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

* Gọi Y là tập chứa 0 và bốn chữ số khác 0

Số cách chọn Y là C_9^4

Với mỗi tập Y như trên :

c : có 1 cách chọn

a : có 3 cách chọn

\overline{bde} : có 3! cách chọn

Do đó với mỗi tập Y như trên ta được $3 \cdot 3!$ số x

* Vậy số các số x là

$$C_9^5 \cdot 4! + C_9^4 \cdot 3 \cdot 3! = 5292 \text{ (số)}$$

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

Câu Vb

1) $8^{x^2-x} - 3 \cdot 2^{x^2-x+2} - 16 = 0$ (*)

Đặt : $2^{x^2-x} = t$ $t \geq 2^{\frac{1}{4}}$

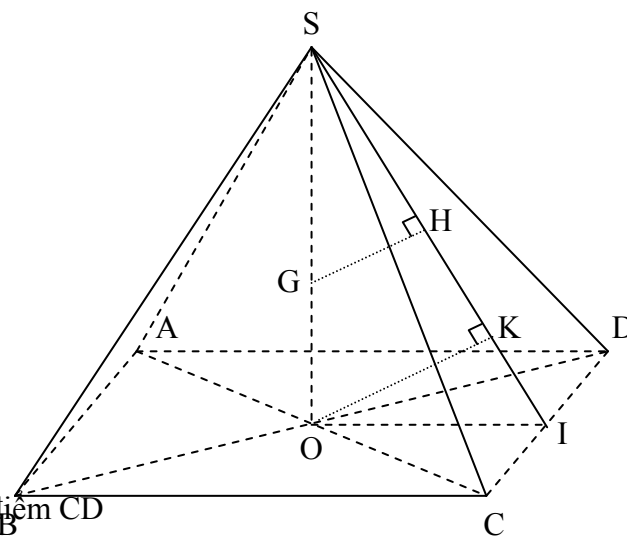
(*) $\Leftrightarrow t^3 - 12t - 16 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -2 \end{cases}$ (loại)

$\Leftrightarrow x^2 - x = 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

2)



Gọi I là trung điểm CD

$\Rightarrow OI \perp CD$

$\Rightarrow (SOI) \perp CD$

$(SOI) \cap (SCD) = SI$

Kẻ $OK, GH \perp SI$

$\Rightarrow OK \perp (SCD), GH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OK$

$OK = \frac{3}{2} GH$

$\Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2}$

$\Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

0.25

0.25

0.25

$$\begin{aligned}\Rightarrow V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO \\ &= \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}\end{aligned}$$

0.25